

LICEUL TEORETIC "GEORGE EMIL PALADE" CONSTANȚA
CATEDRA DE MATEMATICĂ

PROGRAMA PENTRU EXAMENUL LA MATEMATICĂ
PENTRU ELEVII CARE SOLICITĂ TRANSFER

Pentru elevii care solicită transfer la clasa a X-a:

Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale.
- Propoziție, predicat, cuantificatori.
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate).
- Tipuri de raționamente logice: inducția matematică. Probleme de numărare

Șiruri

- Modalități de a descrie un șir; exemple de șiruri: progresii aritmetice, progresii geometrice, aflarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii.
- Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane. Drepte în plan de forma $x=m$, sau de forma $y=m$, $m \in \mathbf{R}$.
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice; egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții .
- Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbf{R}$, I interval de numere reale; proprietăți ale funcțiilor numerice prin lecturi grafice: reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, rezolvarea grafică a ecuațiilor de forma $f(x) = g(x)$, mărginire, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate, monotonie.

Funcția de gradul I

- Definiție;
- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbf{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$;
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției.
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) $a, b \in \mathbf{R}$, studiate pe \mathbf{R}
- Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul
$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, a, b, c, m, n, p \text{ numere reale}$$

Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbf{R}$.
- Relațiile lui Viete, rezolvarea sistemelor de forma
$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases} \quad s, p \in \mathbf{R}.$$

Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei), interpretare geometrică.
- Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a \neq 0$ interpretare geometrică.

Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma
$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$$

$a, b, c, m, n \in \mathbf{R}$, interpretare geometrică.

Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari.
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare, înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari, condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.

Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct.
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism).
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi).

Elemente de trigonometrie

- Cercul trigonometric
- Definierea funcțiilor trigonometrice:
 $\sin: \mathbf{R} \rightarrow [-1; 1]$, $\cos: \mathbf{R} \rightarrow [-1; 1]$
 $\text{tg}: \mathbf{R} \setminus D \rightarrow \mathbf{R}$, unde $D = \{ \pi/2 + k\pi; k \in \mathbf{Z} \}$
 $\text{ctg}: \mathbf{R} \setminus D \rightarrow \mathbf{R}$ unde $D = \{ k\pi, k \in \mathbf{Z} \}$
- Formulele de reducere la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs).

Aplicații ale trigonometriei în geometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic.
- Formulele $\sin(180^\circ - x) = \sin x$; $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$ (fără demonstrație).
- Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului

**Pentru elevii care solicită transfer la clasa a XI-a:
Programa pentru elevii care solicită transfer la clasa a X-a, la care se
adaugă următoarele conținuturi:**

Mulțimi de numere

- **Numere reale:** proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor.
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
- **Mulțimea C:** Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
- Rezolvarea în C a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

Funcții și ecuații

- Funcția putere cu exponent natural
f: $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{D}$, $f(x)=x^n$ și $n \geq 2$
- Funcția radical f: $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n=2,3$ unde $\mathbf{D} = [0, \infty)$ pentru n par și $\mathbf{D} = \mathbf{R}$ pentru n impar.
- Funcția exponențială f: $\mathbf{R} \rightarrow (0; \infty)$, $f(x)=a^x$, $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$ și funcția logaritmică f: $(0; \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x)=\log_a x$, $a \in (0; \infty)$, $a \neq 1$, creștere exponențială, creștere logaritmică.
- Funcții trigonometrice directe și inverse
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate,
Funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
 - Ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
 - Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice

Metode de numărare

- Metoda inducției matematice
- Mulțimi finite ordonate
- Permutări – numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente
- Aranjamente – numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$ care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite
- Combinări – numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$ ale unei mulțimi finite cu n elemente, proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente.
- Binomul lui Newton

Matematici financiare

- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA.
- Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice.
- Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie.
- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile.
- Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate : schema lui Poisson și schema lui Bernoulli.

Geometrie

- Reper cartezian în plan, coordonate carteziane în plan, distanța dintre două puncte în plan.
- Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real.
- Ecuații ale dreptei în plan determinată de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinată de două puncte distincte, calcule de distanțe și arii.
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan, calcule de distanțe și arii.

Pentru elevii care solicită transfer la clasa a XII-a:

Programa pentru elevii care solicită transfer la clasa a X-a și programa pentru elevii care solicită transfer la clasa a XI-a, la care se adaugă următoarele conținuturi:

Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

Matrice

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.

Determinanți

- Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3, proprietăți.
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C})$, $n=2,3$.
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar.

Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

Elemente de analiză matematică

Limite de funcții

- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$.

- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n=2, 3$), funcția radical ($n=2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2.
- Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n=2, 3$), funcția radical ($n=2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $0/0, \infty/\infty, 0 \cdot \infty$
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

Funcții continue

- Interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue.
- Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux.

Funcții derivabile

- Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile.
- Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și II pentru funcțiile studiate.
- Regulile lui l'Hospital pentru cazurile: $0/0, \infty/\infty$.

Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor

- Rolul derivatelor de ordinul I și al II-lea în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem, concavitate, convexitate.
- Reprezentarea grafică a funcțiilor.